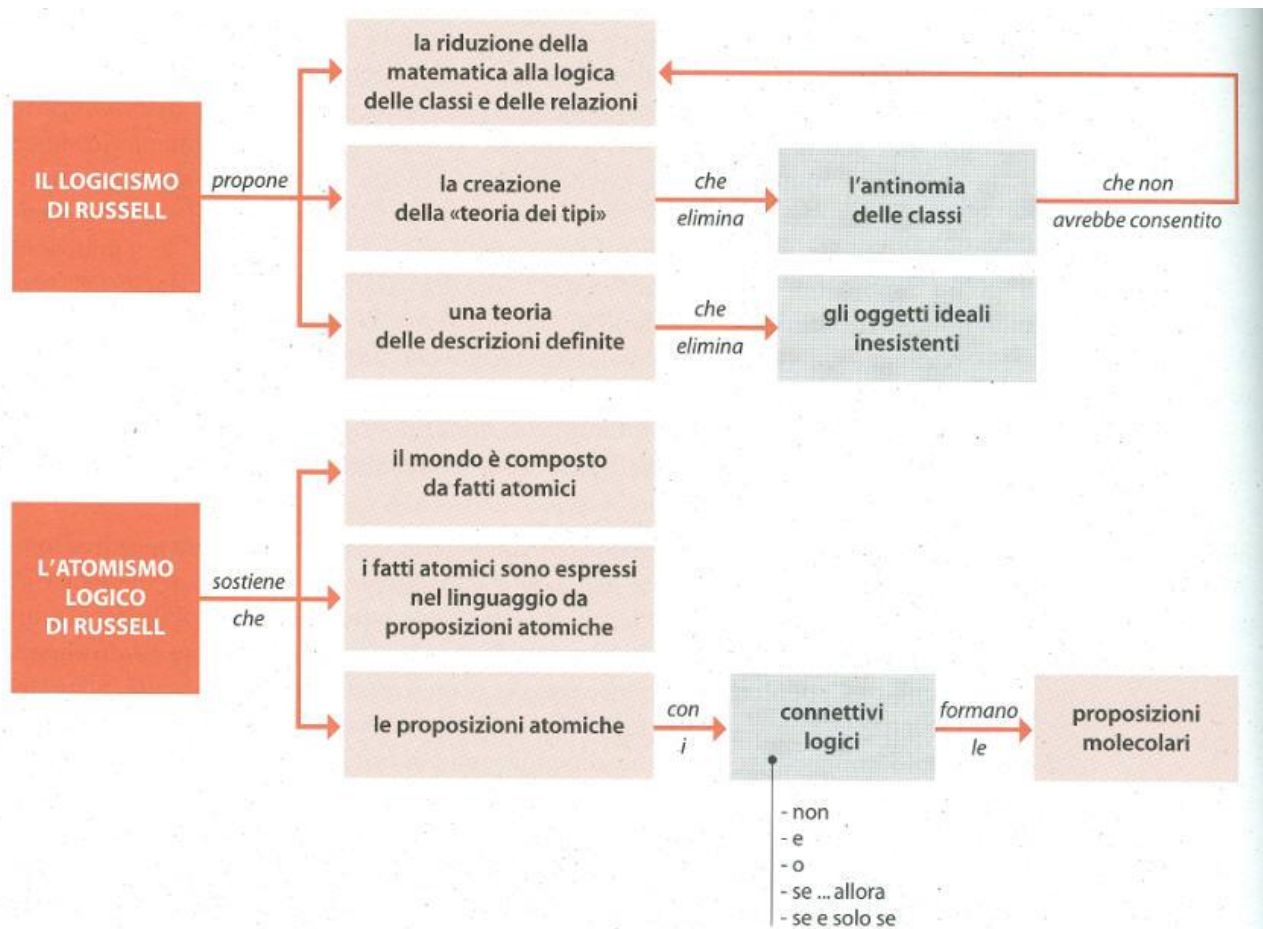
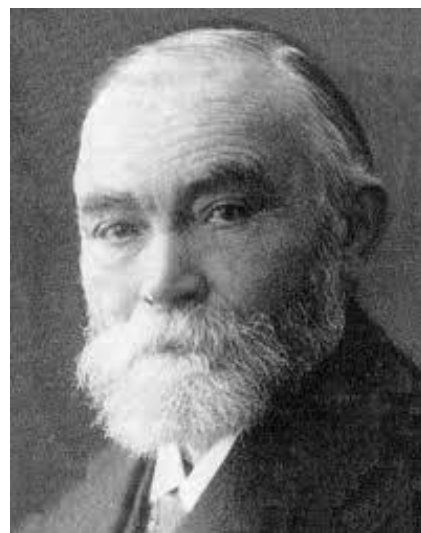


Russell: logica, matematica e impegno politico



Bertrand Russell nasce nel 1872 a Trelleck, nel Galles, da una delle più prestigiose e illuminate famiglie dell'aristocrazia inglese dell'età vittoriana. Fino all'età di diciotto anni riceve un'educazione privata e nel 1895 entra a Cambridge per studiare filosofia e matematica. Nel 1900 partecipa al congresso internazionale di filosofia a Parigi. Insegna poi a Cambridge dal 1910 al 1916, quando è rimosso dalla carica per il suo impegno pacifista e radicale. Questa scelta politica caratterizzerà tutta la sua lunga vita, destinata a concludersi a Plas Penrhyn nel 1970. Tra le sue numerose opere nel campo della logica e della filosofia della matematica, ricordiamo: *I principi della matematica* (1903), i monumentali *Principia Mathematica* (1910-13), scritti in collaborazione con Alfred N. Whitehead, e *Introduzione alla filosofia matematica* (1919). Non vanno poi dimenticati i brillanti saggi su argomenti etici, tra cui *Matrimonio e morale* (1929), per il quale gli viene conferito, nel 1950, il premio Nobel per letteratura, *Scienza e religione* (1935), *Autorità e individuo* (1949). Russell ha inoltre pubblicato una personalissima *Storia della filosofia occidentale* (1945).

Un aspetto determinante della seconda rivoluzione scientifica è costituito dalla cosiddetta «**indagine sui fondamenti della matematica**», che consiste in un intricato complesso di riflessioni e di ricerche sulla natura della matematica, sviluppatosi nel cinquantennio a cavallo fra Ottocento e Novecento. All'interno di tale indagine, alla fine del XIX secolo, si delinea la prospettiva **logicista** di **Gottlob Frege** (1848-1925), secondo la quale i concetti aritmetici, a partire da quello di numero naturale, sarebbero definibili in termini puramente logici (in particolare in termini di «**classi**» o «**insiemi**»), cosicché la logica risulterebbe alla base della matematica. Tale impostazione logicista subisce, però, un forte ridimensionamento a seguito di una scoperta effettuata nel 1902 da **Bertrand Russell** - uno dei più grandi logici del xx secolo - che apre la cosiddetta «**crisi dei fondamenti della matematica**».



Anche per Russell la logica fornisce alla matematica le premesse indispensabili che poi quest'ultima disciplina sviluppa in tutte le loro conseguenze. Tuttavia, il sistema logico posto a fondamento della matematica non è privo di peccati: Russell riconosce che la logica è soggetta ad antinomie o contraddizioni, e dedica una parte fondamentale della sua attività di logico alla soluzione di tali antinomie. Un altro degli obiettivi di Russell è quello di risolvere alcuni problemi tradizionali della filosofia con l'aiuto di un agguerrito metodo scientifico, capace di dare risultati sicuri e numerosi.

Il logicismo e la scoperta dell'antinomia delle classi

Una svolta importante nel pensiero di **Bertrand Russell** è rappresentata dalla sua partecipazione al congresso internazionale di filosofia di Parigi del 1900. Qui egli, che si è già interessato agli sviluppi della matematica del suo tempo, entra in contatto con il logico e matematico **Giuseppe Peano** (1858-1932), del quale ammira la scrittura simbolica e la riduzione dell'aritmetica a pochi principi e concetti fondamentali. Peano, infatti, ha dimostrato che tutta quanta l'aritmetica e l'algebra classiche possono essere derivate da un insieme di **cinque assiomi**, che si servono solo di tre concetti non definiti: quelli di **zero**, di **numero naturale** e di **successore**. Fattosi dare da Peano una copia dei suoi lavori per analizzarli con calma, dopo il congresso di Parigi Russell inizia a scrivere *I principi della matematica* (pubblicati nel 1903), in cui delinea l'ambizioso programma logicista di una ricostruzione della matematica in termini puramente logici. Russell cerca, infatti, di ricondurre alla logica l'aritmetica assiomatica di Peano, in modo da mostrare che qualunque asserzione concernente i numeri naturali può essere sostituita da un'altra asserzione in cui non si faccia menzione di numeri ma solo di **classi**.

Nel passare in rassegna la bibliografia relativa all'argomento, Russell intraprende lo studio del primo volume dei *Principi dell'aritmetica* (1893) di **Gottlob Frege**, il

quale, come si è detto, intendeva appunto fondare l'intera matematica sulla logica delle classi. Frege, infatti, aveva definito i numeri naturali come «**classi di classi**»: il numero 2, per esempio, si identificava per Frege con la «classe di tutte le coppie», il numero 3 con la «classe di tutti i terzetti», e così via. Sennonché Russell scopre che all'interno del sistema fregeano è rintracciabile un'**antinomia** legata al concetto di classe.

Esistono classi che non contengono se stesse e classi che contengono se stesse come elemento. Le classi del primo genere sono anche dette «**regolari**», quelle del secondo genere «**irregolari**». Ogni classe o è regolare o è irregolare. La classe delle sedie non è una sedia, e quindi è regolare, cioè non è membro di se stessa. La classe dei concetti, invece, è irregolare, cioè comprende se stessa come suo elemento, essendo essa stessa un concetto.

Consideriamo, ora, **la classe R di tutte e sole quelle classi che non sono elemento di se stesse (cioè la classe di tutte le classi regolari)**, e domandiamoci se **R sia regolare o irregolare, cioè se appartenga o no a se stessa**. Supponiamo che **R non appartenga a se stessa**: in tal caso deve appartenervi, in quanto R è, per l'appunto, la classe di tutte le classi che non contengono se stesse come elemento. Supponiamo, invece, che **R appartenga a se stessa**: allora non dovrà appartenervi, poiché R comprende solo classi che non contengono se stesse come elemento. Ne consegue che **R appartiene a se stessa se e solo se non appartiene a se stessa**. Ci troviamo di fronte a un'antinomia, e il problema sembra insolubile.

La teoria dei tipi

Malgrado la scoperta della contraddizione, molti logici e matematici non si rassegnarono alla difficoltà messa in luce da Russell, cercando di risolvere i problemi posti dalla sua scoperta. Lo stesso Russell, che pure ha formulato l'antinomia delle classi, è abbastanza ottimista circa la portata del suo paradosso. Egli crede che si possa costruire un sistema logico esente dall'antinomia, e in grado di fondare la matematica. Tale sistema viene presentato nei *Principia Mathematica*, scritti in collaborazione con **Alfred North Whitehead** (1861-1947) e pubblicati fra il 1910 e il 1913.

La proposta avanzata in quest'opera per «salvare» la prospettiva logicista prende il nome di «**teoria dei tipi**». Russell e Whitehead intendono escludere l'esistenza di classi che comprendano se stesse come elementi. A tale scopo, Russell e Whitehead propongono di distinguere vari «tipi» di oggetti. Innanzi tutto vi sono gli oggetti di **tipo 0**, cioè gli **individui**, ad esempio le persone e gli oggetti della vita quotidiana, come le tavole, le sedie, le mele. Poi ci sono gli oggetti di **tipo 1**, cioè **gli insiemi o classi di oggetti di tipo 0**. Seguono gli oggetti di **tipo 2**, cioè **gli insiemi di insiemi di tipo 1**, e così via. Russell e Whitehead stabiliscono quindi la seguente regola generale: **ogni insieme è sempre di tipo diverso dagli elementi che lo compongono**. È chiaro, infatti, che un insieme di uomini non è un uomo: esso è, appunto, un oggetto di tipo diverso dai suoi elementi. Una classe di tipo $n+1$ è dunque costituita esclusivamente di oggetti di tipo n . Da questa regola segue che **nessun**

insieme può contenere se stesso, perché, in tal caso, avrebbe un elemento (se stesso) del suo stesso tipo. Il che elimina l'antinomia.

Costruito un tale sistema logico, esente dalle contraddizioni della dottrina fregeana delle classi, Russell e Whitehead si propongono di dedurre dalla loro teoria tutti i concetti e tutte le proprietà fondamentali dell'aritmetica, realizzando, così, il programma logicista.

Tuttavia, anche il sistema di Russell e Whitehead presenta degli spiacevoli inconvenienti. Infatti i due autori, per ricostruire l'intera aritmetica, sono costretti ad aggiungere ai principi logici della loro teoria alcuni assiomi (come, per esempio, l'«**assioma dell'infinito**», che ammette l'esistenza di un numero infinito di oggetti, così da poter costruire gli infiniti numeri interi), i quali, però, non hanno alcuna necessità universale. In tal modo, si incrina la possibilità di fondare la matematica sulla logica pura, e cioè su principi che risultino «veri in tutti i mondi possibili». Il problema dei «fondamenti» della matematica resta dunque aperto, anche dopo la pubblicazione dell'imponente lavoro di Russell e Whitehead.

La teoria delle descrizioni

Malgrado i limiti connessi all'opera *Principia Mathematica*, è comunque merito di Russell aver dato alla logicizzazione della matematica una sistemazione organica. Al filosofo inglese vanno anche attribuiti due altri importanti contributi logici: la **teoria delle descrizioni**, presente nell'articolo Sulla denotazione, pubblicato nel 1905, e la dottrina dell'**atomismo logico**.

Uno degli obiettivi di Russell è quello di risolvere alcuni problemi della filosofia del passato servendosi di strumenti logici, in modo da evidenziare il fatto che tali problemi derivano spesso da un'imperfetta forma linguistica. Significativa, a questo riguardo, è l'analisi russelliana delle cosiddette «**descrizioni definite**».

Per «descrizione definita» Russell intende un'espressione introdotta dall'articolo determinativo, come «l'attuale presidente degli Stati Uniti», in cui si indica una persona o una cosa non tramite il suo nome, ma mediante una caratteristica che si suppone peculiare della persona o della cosa stessa (le «**descrizioni indefinite**» sono invece quelle introdotte dall'articolo indeterminativo, come, per esempio, «*un* presidente degli Stati Uniti»). Le descrizioni definite hanno dato origine a non poche perplessità di tipo filosofico.

Consideriamo, per esempio, la frase (contenente una descrizione definita): «**le montagne d'oro non esistono**». Secondo una teoria proposta dal filosofo austriaco **Alexius von Meinong** (1853-1920), se una proposizione come questa è sensata ed è vera, allora deve contenere solo termini che denotano qualcosa di reale e non il nulla. Pertanto, secondo Meinong, il soggetto di tale enunciato, e cioè «la montagna d'oro», deve riferirsi a un ente che, sebbene non esista nel mondo empirico, gode comunque di una certa oggettività, e quindi in qualche modo «sussiste» come oggetto ideale in una sorta di Iperuranio platonico. La forma grammaticale delle descrizioni definite può così indurci a postulare un altro mondo, popolato da oggetti ideali del pensiero.

Russell, che aveva aderito alle idee di Alexius von Meinong nei *Principi della matematica* del 1903, a partire dal saggio *Sulla denotazione* le respinge risolutamente. Egli, infatti, in questa nuova fase del suo pensiero si rifiuta di ammettere la sussistenza di oggetti ideali e propone un'analisi logica rivolta a far scomparire espressioni denotanti come «la montagna d'oro».

Secondo la proposta di Russell, quando si analizza esattamente, seguendo il metodo della logica, una proposizione che contiene un'espressione della forma «il tal dei tali» o «la tal cosa», tale espressione sparisce. In particolare, Russell trasforma l'enunciato «la montagna d'oro non esiste» nel seguente modo: «**non c'è nessuna entità che, nello stesso tempo, sia d'oro e sia una montagna**». In questa parafrasi la descrizione «la montagna d'oro» non è più presente, e, di conseguenza, viene eliminata anche qualsiasi ragione di credere che l'oggetto da essa indicato abbia un qualche grado di realtà.

Russell può così semplificare l'universo sovrappopolato di oggetti di Alexius von Meinong, conformemente al criterio del «rasoio di Ockham», o «principio di economia», in base al quale *entia non sunt multiplicanda praeter necessitatem* (non si devono moltiplicare gli enti oltre il necessario).

Dunque, l'analisi logica si configura per Russell come una chiarificazione dei pensieri, e come un'eliminazione delle entità superflue. Tale eliminazione, nel caso delle descrizioni definite, è ottenuta riconducendo la forma grammaticale superficiale degli enunciati in cui compaiono queste espressioni alla loro vera **forma logica**, e cioè alla loro struttura semantica effettiva.

L'atomismo logico

L'altra dottrina logica di Russell - l'«**atomismo logico**» - è sviluppata soprattutto in alcune lezioni del 1918 e poi nel saggio omonimo (*Logical Atomism*) del 1924. Le tesi di Russell su questo argomento sono influenzate dalle idee di **Ludwig Wittgenstein**, studente a Cambridge dal 1911. In questo periodo Wittgenstein è allievo di Russell, ma ben presto i ruoli si capovolgeranno.

L'atomismo logico non fa altro che fissare le **condizioni ontologiche minimali** necessarie per comprendere il funzionamento del linguaggio quale è descritto dalla logica moderna. Secondo tale dottrina, il mondo è costituito da «**fatti atomici**» (cioè da fatti non scomponibili in altri fatti più semplici), come l'appartenenza di una certa proprietà a un determinato oggetto, o l'esistenza di una relazione fra oggetti particolari. Ogni fatto atomico può essere espresso da una proposizione, detta da Russell «**proposizione atomica**», perché i suoi elementi non sono più proposizioni. Sono esempi di proposizioni atomiche l'enunciato attributivo «il fiore è rosso», oppure l'enunciato relazionale «Giorgio è più alto di Pietro». Se una proposizione così intesa debba essere affermata o negata, possiamo accertarlo solo con l'esperienza.

L'unione di più proposizioni atomiche per mezzo dei connettivi logici della negazione «**non**», della congiunzione «**e**», della disgiunzione inclusiva «**o**», dell'implicazione «**se ... allora**», e della doppia implicazione (o equivalenza) «**se e**

solo se», dà luogo alle «**proposizioni molecolari**». Ad esempio, l'enunciato «se piove porto l'ombrello» è una proposizione molecolare formata da due proposizioni atomiche («piove» e «porto l'ombrello»), unite fra loro dal connettivo dell'implicazione. Le proposizioni molecolari fanno riferimento ai fatti atomici, ma includono anche una connessione tra questi fatti che non è riducibile a un fatto atomico. Per esempio, le parole «se... allora» non sono indicative di fatti singoli, ma esprimono connessioni logiche tra fatti. **La verità di una proposizione molecolare dipende dalla verità delle sue componenti atomiche**, sicché, per esempio, l'enunciato «p e q» è vero se e solo se sono vere entrambe le proposizioni atomiche p e q, mentre «p o q» (nel senso di «p *vel* q» e non di «p *aut* q») è vero se è vero **almeno uno** dei due enunciati che la compongono (vedi *Il Tractatus: il linguaggio come immagine logica del mondo*).

Esistono, infine, le «**proposizioni generali**», fra le quali ci sono le **verità della logica** che risultano **vere indipendentemente dai fatti atomici**, senza, cioè, che vi sia la necessità di controllare empiricamente se corrispondano, o no a dei dati di fatto. Per esempio, la verità di una proposizione come «Se Socrate è un uomo e tutti gli uomini sono mortali, allora Socrate è mortale», non deriva - a giudizio di Russell - dall'essere Socrate effettivamente un uomo, o dall'essere tutti gli uomini effettivamente mortali, ma dipende soltanto dalle relazioni formali tra i termini usati.

L'esempio suddetto appartiene alla logica tradizionale, o sillogistica, di matrice aristotelica. Questa forma di logica è fondata sulla convinzione che tutte le proposizioni possiedano la struttura **soggetto-predicato**: ogni enunciato sarebbe riducibile, in ultima analisi, a un giudizio del tipo: «la neve è bianca» o «l'uomo è mortale», cioè a una frase dalla struttura standard «A è B», partendo dal presupposto metafisico che nella realtà **esistano soltanto le cose e le loro qualità**. Russell, invece, intende ampliare il campo della logica, aggiungendovi anche il calcolo delle **relazioni** che sussistono fra due o più soggetti (come, per esempio, «essere uguale a», «essere maggiore di», «giacere tra» ecc.), e che, a suo giudizio, non si possono sempre ridurre a qualità inerenti alle cose. A questo proposito, va precisato che l'analisi delle proposizioni relazionali era già stata intrapresa da **Augustus De Morgan** (1806-71), e sviluppata da **Charles Sanders Peirce** (1839-1914), da **Ernst Schröder** (1841-1902), e poi da **Gottlob Frege**.

Russell è disposto ad ammettere che le relazioni «**simmetriche**» (cioè le relazioni che se intercorrono tra A e B, intercorrono anche tra B e A) siano espressioni di proprietà possedute dalle cose. Per esempio, si può dire che la relazione simmetrica di somiglianza che si può istituire fra una pelle molto chiara e il latte, esprima il possesso di una qualità comune sia alla pelle che al latte (e cioè il colore bianco). Ma le relazioni «**asimmetriche**» (cioè le relazioni che sussistono fra A e B, ma non fra B e A) non esprimono in alcun modo il possesso di una proprietà. Per esempio, la relazione asimmetrica di «precedente», per cui A viene prima di B, non si può ridurre assolutamente a una qualità di A o di B. L'esistenza di questo tipo di relazioni mette dunque in crisi il presupposto della logica tradizionale secondo cui esisterebbero soltanto le sostanze e i loro attributi.

La nuova logica russelliana vuole appunto analizzare e classificare in modo sistematico tutti i tipi di relazione, anche quelli che sfuggono alla vecchia logica aristotelica.

L'impegno etico-politico di Bertrand Russell

Nel corso della sua vita, per difendere il principio della libertà, Russell si è sempre battuto contro tutte le forme di ingiustizia e di sopraffazione autoritaria, **Pacifista attivo** durante la Grande guerra, è invece sostenitore della lotta contro il nazismo all'epoca del secondo conflitto mondiale. Nell'ultimo dopoguerra, si distingue per il suo impegno nel movimento di protesta **contro la politica nucleare e imperialista**. Al 1963 risale la creazione della *Bertrand Russell Peace Foundation*, contro la corsa agli armamenti e in favore dei popoli oppressi. Nel 1966, Russell istituisce un tribunale internazionale contro i crimini di guerra, il cosiddetto «**Tribunale Russell**», che riconosce gli USA colpevoli di genocidio in Vietnam. Russell è anche sostenitore di un'educazione non repressiva e, per tradurre le sue concezioni in un programma pedagogico concreto, fonda e conduce, per alcuni anni, una scuola sperimentale, che, però, dà risultati deludenti. Numerosi scritti testimoniano la sua attenzione nei confronti dei problemi sociali e del mondo moderno, nonché il suo interesse per la divulgazione della filosofia, in modo da diffondere lo spirito critico presso un pubblico il più ampio possibile. «*Insegnare a vivere - scrisse nella sua Storia della filosofia occidentale - senza la certezza e tuttavia senza essere paralizzati dall'esitazione, è forse la funzione principale che la filosofia può svolgere nel nostro tempo*».